Comprovació experimental de la llei de Coulomb per a pols magnètics

Òscar Bertran Cánovas* **i Jordi-Roger Riba Ruiz**†
EUETI d'Igualada. Universitat Politècnica de Catalunya

Introducció

En aquest treball es presenta una pràctica molt senzilla que permet de comprovar al laboratori la llei de Coulomb per a pols magnètics. La pràctica explicada té una característica molt important i és que el material necessari per dur-la a terme és molt fàcil de trobar i a més és molt econòmic. Només es necessita un tub de plàstic transparent, imants cilíndrics allargats, una balança i un conjunt de petits pesos de material no ferromagnètic (amb permeabilitat magnètica relativa unitària). Encara que els pesos siguin metàl·lics, com que la pràctica es du a terme en condicions estàtiques no hi ha cap fenomen d'inducció magnètica que en pugui alterar els resultats. Cal tenir en compte que, perquè no afecti els valors obtinguts en la pràctica, a prop d'on es fa l'experiment no hi ha d'haver cap objecte que contingui material ferromagnètic.

Una altra característica important d'aquesta pràctica és el fet de poder comprovar experimentalment una llei que l'alumnat assimila amb certa facilitat i que, alhora, és molt important en el camp de l'electromagnetisme. D'altra banda, en aquesta pràctica es comprova perfectament el fet de la interacció a distància i, per tant, permet als alumnes d'acabar d'entendre el concepte abstracte de *camp*.

A diferència del que succeeix amb les càrregues elèctriques (existeixen separadament càrregues positives i càrregues negatives), en els imants no es poden aïllar els pols magnètics, perquè en dividir un imant en dos tornem a tenir un pol nord i un pol sud. Per tant, no existeixen els monopols magnètics.

El moment magnètic d'una espira amb N voltes, per la qual circula una intensitat de corrent I i que té una secció S, es defineix com:

$$\vec{m} = NI\vec{S}. \tag{1}$$

El moment magnètic $\vec{m}$ és una magnitud vectorial dirigida de nord a sud les unitats del qual són $\mathrm{A\,m^2}$.

* **Òscar Bertran Cánovas** (Igualada, 1967) és doctor en Ciències Físiques per la UB i és professor de l'EUETI d'Igualada (UPC). oscar@euetii.upc.es

† **Jordi-Roger Riba Ruiz** (Igualada, 1966) és doctor en Ciències Físiques per la UB i és professor de l'EUETI d'Igualada i de l'ETSEI de Terrassa (UPC). jordi@euetii.upc.es

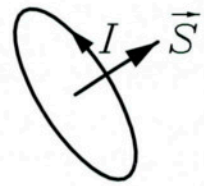

Figura 1: *Espira per la qual circula una intensitat I*

Un imant situat dins un camp magnètic es comportarà de manera idèntica a com ho faria una espira situada dins del mateix camp magnètic per la qual circulés un corrent de manera que els dos (imant i espira) tinguessin el mateix moment magnètic.

Un imant ideal és un dipol magnètic de longitud L. Es pot suposar que tota la força magnètica està concentrada en els extrems, anomenats *pols*. A partir d'aquí, es defineix el pol magnètic (o massa magnètica) p:

$$p = \frac{m}{L}. \tag{2}$$

Les unitats del pol magnètic s'expressen en A m.

També recordem que quan un imant permanent o una espira per la qual circula un corrent elèctric se situen a l'interior d'un camp magnètic, sobre ells hi actua un parell de forces que tendeix a fer orientar els seus eixos en la direcció del camp extern. Aquest parell es pot calcular a partir de l'expressió:

$$\vec{M} = \vec{m} \wedge \vec{B}. \tag{3}$$

La figura 2 mostra les línies de camp magnètic creades per un imant permanent.

La llei de Coulomb per a pols magnètics

Cap a l'any 1750, el físic John Michel (Tipler, 1992) va fer un estudi quantitatiu de l'atracció i la repulsió dels pols magnètics mitjançant una balança de torsió, i va descobrir que la força exercida per un pol sobre l'altre varia en relació inversa al quadrat de la distància. Poc després, Coulomb (1736-1806) va utilitzar uns imants molt llargs (Fernández, 1985), d'uns 60 cm, per comprovar si en el magnetisme es podia formular una llei similar a la de la interacció electrostàtica. La finalitat

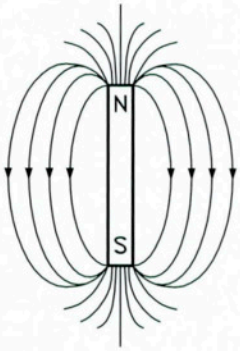

Figura 2: *Línies de camp creades per un imant permanent*

dels imants llargs, tal com mostra la figura 3, era que la força que s'exerceixin només sigui deguda a la repulsió dels dos pols nord, cosa que minimitza les interaccions degudes als dos pols sud més allunyats.

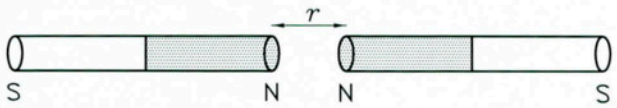

Figura 3: *Dos imants que es repel·leixen per tenir els pols nord enfrontats*

La llei de Coulomb del magnetisme s'expressa a continuació (Fernández, 1985):

$$\vec{F}_{mag} = \mu_0 \frac{pp'}{4\pi r^2}\hat{r}. \tag{4}$$

Com que $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$H/m, en resulta:

$$\vec{F}_{mag} = 10^{-7}\frac{pp'}{r^2}\hat{r}. \tag{5}$$

on p i p' són, respectivament, les intensitats dels pols magnètics dels dos imants, mentre que r és la distància de separació entre els dos pols més propers.

El muntatge experimental

La figura 4 mostra la disposició experimental, que, com es pot apreciar, és molt senzilla. Consta d'un tub de metacrilat transparent, diversos imants cilíndrics (10 mm de diàmetre, 50 mm de longitud) i d'un conjunt de pesos. Amb un regle es pot mesurar fàcilment la distància entre els dos pols magnètics més propers.

Interaccions que cal tenir en compte

Com s'ha dit anteriorment, es disposa d'imants cilíndrics de 10 mm de diàmetre i 50 mm de longitud. Tal com mostra la figura 5, a baix hi ha un imant de 450 mm de longitud (format per 9 imants de 50 mm) i a dalt un imant de 50 mm de longitud, de manera que aquests dos imants tenen amb els pols nord respectius enfrontats.

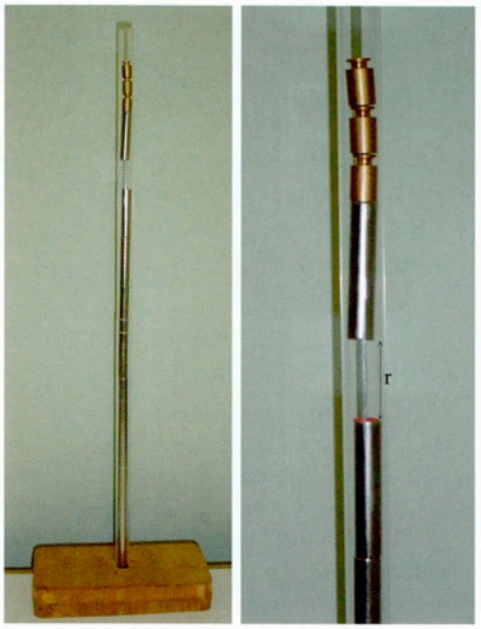

Figura 4: *Muntatge experimental*

La figura 5 mostra les quatre interaccions que es produeixen entre els dos imants. Les dues més importants són la 1 (repulsió entre els dos pols nord) i la 2 (atracció entre el pol nord de l'imant de sota i el sud de l'imant de sobre), mentre que les interaccions 3 (atracció) i 4 (repulsió) seran força més reduïdes perquè les distàncies són molt més elevades. La força total d'interacció tenint en compte els quatre termes és:

$$F_{mag} = 10^{-7}p^2\left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{(r+l)^2} - \frac{1}{(r+L)^2} + \frac{1}{(r+L+l)^2}\right) = mg,$$

on s'ha fet $p \approx p'$ —ja que tots els pols magnètics són idèntics—, m és la massa de l'imant de dalt (29,55 g) i g és l'acceleració de la gravetat. A més, sabem que la longitud de l'imant de dalt és $l = 50$ mm i la de l'imant de baix és $L = 450$ mm.

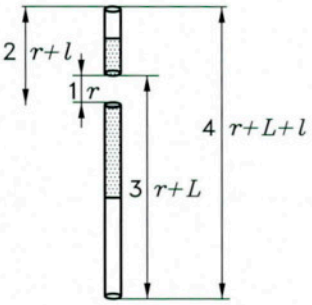

Figura 5: *Interaccions entre els pols magnètics*

Si en una primera aproximació es menyspreen les in-

teraccions 2, 3 i 4, es compleix:

$$mg = 10^{-7} p^2 \frac{1}{r^2}. \tag{6}$$

Com a segona aproximació també es pot tenir en compte la interacció 2, de manera que en resulta:

$$mg = 10^{-7} p^2 \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{(r+l)^2} \right). \tag{7}$$

Dades experimentals

L'imant de dalt té una massa de 29,55 ± 0,01 g. Es van afegint pesos de 5 g cada un a sobre d'aquest imant i per cada situació es mesura la separació entre els dos pols magnètics més propers i la massa total que queda levitant. D'altra banda, la incertesa en la mesura de la distànca entre els imants és de ± 0,5 mm. La taula I mostra les dades obtingudes experimentalment.

m (g)	r (mm)
29,55	42,0
34,55	39,0
39,55	37,0
44,55	35,0
49,55	33,5
54,55	32,0
59,55	30,5
64,55	29,5
69,55	28,5
74,55	27,5
79,55	26,5

Taula 1: *Dades experimentals*

Resultat del model de regressió complet (4 termes)

Quan s'agafen les quatre interaccions entre els pols dels dos imants, en resulta l'expressió següent:

$$m = a \left(\frac{1}{r^b} - \frac{1}{(r+50)^b} - \right.$$
$$\left. - \frac{1}{(r+450)^b} + \frac{1}{(r+500)^b} \right), \quad \text{on} \quad a = 10^{-7} \frac{p^2}{g}.$$

Efectuant la regressió anterior, fent $m = y$ i $r = x$, resulta:

$$R = 0,9995, \quad a = 46626 \pm 4170, \quad b = 1,90 \pm 0,03.$$

A partir dels resultats anteriors es comprova que el coeficient de correlació R és força elevat. Quan en el model de regressió s'inclouen totes les interaccions, l'exponent b resulta 1,90. També s'ha arribat a resultats similars utilitzant altres imants.

Segons la llei de Coulomb, la força és inversament proporcional al quadrat de la distància; per tant, idealment l'exponent hauria de ser $b = 2$. Però per què resulta $b \neq 2$? D'una banda, la llei de Coulomb és vàlida quan els pols magnètics són puntuals i això no es compleix en aquesta pràctica (els imants tenen dimensions finites); d'altra banda, hi ha incerteses experimentals i en el model explicat anteriorment no s'ha tingut en compte el fregament entre els pols de l'imant de sobre i el tub; tampoc no s'ha considerat la desviació de l'eix d'aquest imant respecte a la vertical. Aquests factors, però, són difícils de modelitzar.

La figura 6 mostra els punts experimentals i el model complet de regressió obtingut tenint en compte els quatre termes.

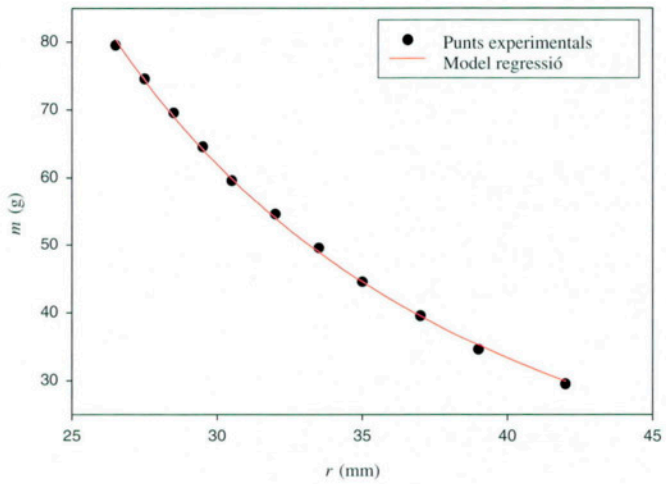

Figura 6: *Punts experimentals i model de regressió complet (4 termes)*

Resultat del model de regressió només amb el primer terme

Si es vol fer un model molt senzill i s'agafa només el primer terme (la interacció més forta), en resulta el model següent:

$$m = a \frac{1}{r^b}. \tag{8}$$

De la regressió, en resulta:

$$R = 0,9994, \quad a = 87703, \pm 8323 \quad b = 2,13 \pm 0,03.$$

En aquest cas l'exponent b resulta superior a 2 perquè aquest model de regressió no s'ajusta gaire fidelment a la realitat. El model de regressió complet (4 termes) en l'interval de distàncies mesurades en aquesta pràctica, que té un exponent $b = 1,90$, és matemàticament

molt semblant al model de regressió d'un sol terme amb un exponent $b = 2{,}13$ perquè els dos models tenen un coeficient de correlació R molt elevat. Això significa que en dibuixar les dues corbes de regressió i els punts experimentals, apareixerien tots superposats (vegeu la figura 6).

Resultat del model de regressió només amb el primer i el segon termes

$$m = a\left(\frac{1}{r^b} - \frac{1}{(r+50)^b}\right). \qquad (9)$$

De la regressió, en resulta:

$$R = 0,9995, \quad a = 46998 \pm 4198, \quad b = 1,90 \pm 0,03.$$

En aquest cas els paràmetres a i b són molt similars als obtinguts en el model complet. Això és degut a la geometria del problema; l'imant de baix és molt llarg en comparació al de dalt, fet que provoca que els termes tercer i quart tinguin una influència molt baixa, pràcticament insignificant. Per tant, es pot concloure que aquest model aproximat és prou vàlid per descriure aquesta situació experimental.

Conclusions

A partir d'una pràctica senzilla s'ha pogut comprovar experimentalment la llei de Coulomb per a pols magnètics. S'ha justificat que amb la geometria escollida, dels quatre termes que intervenen en la força entre els pols magnètics, hi ha dos termes pràcticament menyspreables.

Una vegada analitzats els models de regressió proposats, s'ha comprovat que n'hi ha de més acurats que d'altres, malgrat que tots condueixin a coeficients de correlació elevats.

D'altra banda, dels resultats d'aquesta pràctica es pot deduir el valor dels pols magnètics si els imants utilitzats tenen intensitats de pols magnètics idèntiques.

Referències

TIPLER, P. A., *Física*, Ed. Reverté, 3a edició, pàg. 781 (1992).

FERNÁNDEZ, J. i PUJAL, M., *Iniciación a la física*, Ed. Reverté, pàg. 107 i 157 (1985).

LUNA MOLINA et al., *Fuerza de interacción entre imanes: diseño de una práctica sencilla de electromagnetismo*, Actas del X Congreso de Innovación en las Enseñanzas Técnicas (València, juliol de 2002).

PREMI "JORDI PORTA I JUÉ"

de la Societat Catalana de Física

Convocat per quaranta-dosena vegada el 23 d'abril de 2004, serà adjudicat el 22 d'abril de 2005. L'import del premi és de 1000 €.

Es podran concedir fins a dos accèssits.

Poden prendre part en aquesta convocatòria estudiants de qualsevol centre universitari.

Els treballs que aspiraran al premi hauran de ser escrits en català i s'hauran de presentar en dos exemplars escrits a màquina i signats per l'autor, el qual indicarà la seva adreça, així com la facultat o escola on estudia i el curs en què està matriculat. En queden excloses les tesis doctorals.

Farà l'adjudicació un jurat format per tres membres designats per la Junta Directiva de la Societat.

Els premis es faran efectius el dia del lliurament dels premis de l'Institut d'Estudis Catalans.

La Societat no s'obliga a retornar els treballs no premiats que no hauran estat recollits dins els tres mesos següents a la data d'adjudicació dels premis.

El Comitè Editorial de la Revista de Física es compromet a publicar un article del mateix autor basat en el treball premiat.

Les obres aspirants al premi hauran de ser trameses per correu certificat a la Secretaria de la Societat, o bé presentades a la seu de l'Institut d'Estudis Catalans (carrer del Carme, 47, 08001 Barcelona) abans del 12 de desembre de 2004.